# Prozentrechnen

# Teil 1: Grundlagen

*Trainingseinheiten*
*zum Üben und Vertiefen*

Datei Nr. 10551

Friedrich Buckel

Stand 28. November 2023

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK
UND STUDIUM

www.mathe-cd.de

# Vorwort

Die Anwendungen (Sachaufgaben) befinden sich im Text 10552.

Der Text 10554 enthält eine kompakte Wiederholung!

# Inhalt

## Teil 1: Die Grundlagen

# 1 Was bedeutet Prozent?

Zwei Gruppenleiter unterhalten sich über ihre Betriebe. Klaus sagt: Bei mir arbeiten 14 Männer. Peter antwortet ihm: Bei mir sind es 16 Männer. Bei wem ist der Anteil der Männer höher?

Man kann diese Frage ohne weitere Angaben nicht beantworten. Das Problem liegt darin, dass die Gruppen vermutlich verschieden groß sind. Also fragen wir nach und erhalten diese Auskunft:

In der Gruppe von Klaus arbeiten insgesamt 20 Personen, bei Peter sind es 25.

Bei Klaus bedeuten 14 Männer unter 20 Personen den Anteil $\frac{14}{20}$.

Bei Peter bedeuten 16 Männer unter 25 Personen den Anteil $\frac{16}{25}$

Die Frage, welcher Bruchteil größer ist, heißt also: Welcher dieser Brüche ist größer?

## Grundsatz für alle Vergleiche ist: Die Bezugsgröße muss dieselbe Zahl sein.

Die Bezugsgrößen (man sagt dazu auch ***Grundwert***), also die Anzahlen der Personen, sind verschieden. Also muss man die Verhältnisse anpassen, das heißt auf eine gedachte gemeinsame Gruppengröße umrechnen. Die Gruppengröße steht im Nenner unserer Brüche. Wir erweitern also diese Brüche so, dass sie gleichnamig sind.

Die Nenner 20 und 25 haben 100 als gemeinsames Vielfaches. Also erweitert man beide Brüche so, dass sie den Nenner 100 erhalten:

Bei der Gruppe von ***Klaus*** erweitert man mit 5, d.h. man multipliziert Zähler und Nenner mit 5.

$$\frac{14 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{70}{100}$$

Bei der Gruppe von ***Peter*** *erweitert man* mit 4. d.h. man multipliziert Zähler und Nenner mit 4.

$$\frac{16 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{64}{100}$$

Hätten also beide jeweils 100 Mitarbeiter, dann würden zu Klaus 70 Männer und zu Peter 64 Männer gehören. Der Männer-Anteil ist bei Klaus also größer als bei Peter, obwohl er absolut gesehen mehr Männer in der Gruppe hat. Relativ gesehen sind es jedoch weniger.

Man hat festgelegt: Wenn man 100 als Bezugsgröße verwendet, nennt man den Anteil **Prozent.**

Dies kommt aus dem Lateinischen: „pro centum“ heißt „von hundert“.

Nun halten wir ganz ausführlich fest, was wir ermittelt haben:

Bei Klaus sind 14 von 20 Personen Männer. Das entspricht anteilsmäßig

**70 von 100** Personen, dazu sagt man **70%** der Personen sind Männer.

Bei Peter sind 16 von 20 Personen Männer. Das entspricht anteilsmäßig

**64 von 100** Personen, dazu sagt man **64%** der Personen sind Männer.

**Mit dem Begriff „Prozent“ gibt man Anteile an, die sich immer auf die Standardgröße 100 beziehen.**

**Angaben in Prozent lassen sich genau vergleichen, weil sie sich auf die gleiche Grundmenge 100 beziehen.**

## Weitere Beispiele:

1 Teil von 100 Teilen sind $\frac{1}{100}$, und dazu sagt man 1 Prozent: 1%.

5 Teile von 100 Teilen sind $\frac{5}{100}$, und dazu sagt man 5 Prozent: 5%.

1 Teil von 20 Teilen sind $\frac{1}{20} = \frac{5}{100}$, also auch 5 Prozent: 5%.

30 Teile von 600 Teilen sind $\frac{30}{600} = \frac{5}{100}$, also auch 5 Prozent: 5%.

12 Teile von 30 sind $\frac{12}{30} = \frac{4}{10} = \frac{40}{100} = 40\%$

16 Teile von 64 sind $\frac{16}{64} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$

**Noch einige Anwendungsbeispiele.**

a) Wie groß ist der Anteil der Brillenträger, wenn unter 32 Schülern 8 eine Brille tragen?

Der Anteil beträgt $\frac{8}{32} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$

b) Eine Lampe kostete 40 €. Dann wurde der Preis um 8 € erhöht.
Wieviel Prozent betrug die Preiserhöhung:

8 € von 40 € sind $\frac{8}{40}$ des alten Preises. Umrechnen auf den Grundwert 100:

$$\frac{8}{40} = \frac{2}{10} = \frac{20}{100} = 20\%$$

c) Wie groß ist der Anteil der €-Münzen in meinem Sparschwein, wenn sich darin unter 240 Münzen 30 €-Münzen befinden?

Der Anteil beträgt $\frac{30}{240} = \frac{1}{8} = \frac{0{,}5}{4} = \frac{12{,}5}{100} = 12{,}5\%$.

d) In den meisten Aufgaben ist die Umrechnung in Hundertstel, also in Prozent nicht einfach.

Etwa hier: Unter 15 Autos sind 5 weiße. Wieviel Prozent sind das?

Der Anteil beträgt $\frac{5}{15} = \frac{1}{3} = 33\frac{1}{3}\%$

Doch wie kommt man darauf? Das lernen wir im nächsten Abschnitt.

# 2 Umrechnungen von Bruchteilen in Prozent

## Man kann Brüche so in Prozent umrechnen:

Wieviel Prozent sind $\frac{1}{2}$? Man kann entweder mit 50 erweitern: $\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%$

Oder man rechnet $\frac{1}{2} \cdot \boxed{100\%} = 50\%$

Wieviel Prozent sind $\frac{1}{8}$? $\frac{1}{8} \cdot \boxed{100\%} = \frac{100}{8}\% = 12{,}5\%$

<u>Erklärung</u>: 1 Prozent bedeutet $\frac{1}{100}$. Also sind $100\% = \frac{100}{100} = 1$.

Wenn man also z. B. $\frac{1}{8}$ mit 100% multipliziert, hat man es im Grunde mit 1 multipliziert, was am Wert nichts geändert. Aber man erhält Prozent!

Wieviel Prozent sind $\frac{1}{3}$? $\frac{1}{3}\boxed{\cdot 100\%} = \frac{100}{3}\% = 33\frac{1}{3}\% \approx 33{,}3\%$

Wieviel Prozent sind $\frac{2}{3}$? $\frac{2}{3}\boxed{\cdot 100\%} = \frac{200}{3}\% = 66\frac{2}{3}\% \approx 66{,}7\%$

Wieviel Prozent sind $\frac{5}{6}$? $\frac{5}{6}\boxed{\cdot 100\%} = \frac{500}{6}\% = \frac{250}{3}\% = 83\frac{1}{3}\% \approx 83{,}3\%$

### Umgekehrt:

5 Prozent ( 5% ) bedeuten $\frac{5}{100}$, also 5 von 100 oder 1 von 20.

12,5% bedeuten $\frac{12{,}5}{100} = \frac{25}{200} = \frac{1}{8}$, was z. B. bei 1 von 8 oder bei 2 von 16 Teilen usw. zutrifft.

25% bedeuten $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$, Also immer wenn man ein Viertel von etwas hat, sind es 25%,
z. B. 7 von 28, 13 von 52 usw.

## Eine etwas andere Methode geht diesen Weg:

**Man rechnet zuerst den Bruch(teil) in eine Dezimalzahl um und multipliziert dann erst mit 100%, d. h. man verschiebt das Komma um 2 Stellen nach rechts:**

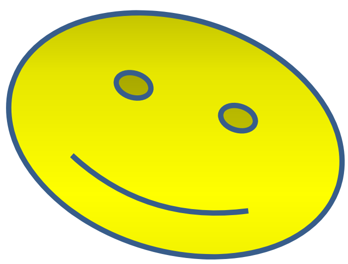
Wieviel Prozent sind $\frac{1}{3}$? $\frac{1}{3} \approx 0{,}333 = 0{,}333 \cdot \boxed{100\%} = 33{,}3\%$

Wieviel Prozent sind $\frac{2}{3}$? $\frac{2}{3} \approx 0{,}667 = 66{,}7\%$

Wieviel Prozent sind $\frac{5}{6}$? $\frac{5}{6} \approx 0{,}833 = 83{,}3\%$

Wieviel Prozent sind $\frac{3}{8}$? $\frac{3}{8} = 0{,}375 = 37{,}5\%$

Wieviel Prozent sind $\frac{8}{15}$? $\frac{8}{15} \approx 0{,}533 = 53{,}3\%$



**Merke:** Soll man den Bruchteil $\frac{a}{b}$ in Prozent umrechnen, dann multipliziert man mit

$\boxed{100\%}$: $\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \cdot \boxed{100\%} = \frac{100 \cdot a}{b}\%$

Oder man berechnet in eine Dezimalzahl und verschiebt das Komma um 2 Stellen nach rechts

## Einige Prozentzahlen zum Auswendiglernen

Dies sollte man wissen, es gehört zur Allgemeinbildung:

$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%$ $\quad$ $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$ $\quad$ $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\%$

$\frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$ $\quad$ $\frac{2}{5} = \frac{40}{100} = 40\%$

$\frac{1}{3} = 33\frac{1}{3}\%$ $\quad$ $\frac{2}{3} = 66\frac{2}{3}\% \approx 66{,}7\%$

$\frac{1}{8} = 12{,}5\%$ $\quad$ $\frac{3}{8} = 37{,}5\%$ $\quad$ $\frac{5}{8} = 62{,}5\%$

Es gibt auch mehr als 100%:

$\frac{5}{4} = \frac{125}{100} = 125\%$ $\quad$ $\frac{3}{2} = 150\%$ $\quad$ $\frac{7}{5} = \frac{140}{100} = 140\%$ usw.

# Übungsaufgaben

(1) Gib die folgenden Anteile in Prozent an.

a) $\frac{9}{10}$ b) $\frac{7}{20}$ c) $\frac{17}{50}$ d) $\frac{24}{25}$ e) $\frac{32}{40}$

f) $\frac{11}{4}$ g) $\frac{12}{5}$ h) $\frac{18}{45}$ i) $\frac{39}{65}$ j) $\frac{90}{24}$

(2) Gib die folgenden Dezimalzahlen in Prozent an.

a) 0,4 b) 0,13 c) 0,005 d) 1,74 e) 1,19

(3) Rechne die folgenden Bruchteile zuerst in Dezimalzahlen um und dann in Prozent.
Runde ggf. auf eine Dezimale. (Taschenrechner ist erlaubt)

a) $\frac{5}{3}$ b) $\frac{11}{15}$ c) $\frac{43}{24}$ d) $\frac{71}{60}$ e) $\frac{31}{40}$

(4) Wie viel Prozent entsprechen

a) 50 von 200 b) 80 von 40 c) 10 von 1000 d) 4 von 10

e) 39 m von 60 m f) 5 kg von 80 kg g) 12 € von 60 € h) 64 t von 80 t

i) 59 von 210 j) 15 cm von 80 cm k) 34 m von 120 m l) 3 € von 27 €

(5) Welcher der beiden Anteile ist größer? Rechne in Prozent um und vergleiche dann.

a) 4 von 5 bzw. 45 von 60 b) 9 von 12 bzw. 36 von 50

c) 11 von 40 bzw. 45 von 110 d) 27 von 120 bzw. 54 von 201

(6) Schreibe als Bruch und kürze dann.

a) 70% b) 80% c) 125% d) 12,5% e) 0,5%

(7) Schreibe als Dezimalzahl:

a) 6% b) 13,5% c) 1,25% d) 0,5% f) 22,5%

# Lösungen

(1) Gib die folgenden Anteile in Prozent an.

a) $\frac{9}{10} = \frac{90}{100} = 90\%$ b) $\frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 35\%$ c) $\frac{17}{50} = \frac{34}{100} = 34\%$

d) $\frac{24}{25} = \frac{96}{100} = 96\%$ e) $\frac{32}{40} = \frac{16}{20} = \frac{80}{100} = 80\%$ f) $\frac{11}{4} = \frac{11 \cdot 25}{100} = \frac{265}{100} = 265\%$

g) $\frac{12}{5} = \frac{12 \cdot 20}{100} = \frac{240}{100} = 240\%$ h) $\frac{18}{45} = \frac{2}{5} = \frac{40}{100} = 40\%$

i) $\frac{39}{65} = \frac{3}{5} = \frac{60}{100} = 60\%$ j) $\frac{90}{24} = \frac{15}{4} = \frac{15 \cdot 25}{100} = \frac{375}{100} = 375\%$

(2) Gib die folgenden Dezimalzahlen in Prozent an.

a) 0,4 = 40% b) 0,13 = 13 % c) 0,005 = 0,5%

d) 1,74 = 174% e) 1,19 = 119%

(3) Rechne die folgenden Bruchteile zuerst in Dezimalzahlen um und dann in Prozent. Runde ggf. auf eine Prozent-Dezimale. (Taschenrechner ist erlaubt)

| | |
|---|---|
| $\frac{5}{3}$ | 1.66667 |
| $\frac{11}{15}$ | 0.733333 |
| $\frac{43}{24}$ | 1.79167 |
| $\frac{71}{60}$ | 1.18333 |
| $\frac{31}{40}$ | 0.775 |

a) $\frac{5}{3} \approx 1{,}667 = 166{,}7\%$ b) $\frac{11}{15} \approx 0{,}733 = 73{,}3\%$

c) $\frac{43}{24} \approx 1{,}792 = 179{,}2\%$ d) $\frac{71}{60} \approx 1{,}183 = 118{,}3\%$

e) $\frac{31}{40} \approx 0{,}775 = 77{,}5\%$

(4) Wie viel Prozent entsprechen

a) 50 von 200 sind $\frac{50}{200} = \frac{25}{100} = 25\%$

b) 80 von 40 sind $\frac{80}{40} = \frac{20}{10} = \frac{200}{100} = 200\%$

c) 10 von 1000 sind $\frac{10}{1000} = \frac{1}{100} = 1\%$

d) 4 von 10 sind $\frac{4}{10} = \frac{40}{100} = 40\%$

e) 39 m von 60 m sind $\frac{39}{60} = \frac{13}{20} = \frac{65}{100} = 65\%$

f) 5 kg von 80 kg sind $\frac{5}{80} = \frac{5:4}{80:4} = \frac{1{,}25}{20} = \frac{1{,}25 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{6{,}25}{100} = 6{,}25\%$

oder so: $\frac{5}{80} = 0{,}0625 = 0{,}0625 \cdot \boxed{100\%} = 6{,}25\%$

g) 12 € von 60 € sind $\frac{12}{60} = \frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$

h) 64 t von 80 t sind $\frac{64}{80} = \frac{8}{10} = \frac{80}{100} = 80\%$

i) 59 von 210 sind $\frac{59}{210} \approx 0{,}281 = 28{,}1\%$

j) 15 cm von 80 cm sind $\frac{15}{80} = \frac{3}{16} = 0{,}1875 = 18{,}75\%$

k) 34 m von 120 m sind $\frac{34}{120} = \frac{17}{60} \approx 0{,}283 = 28{,}3\%$

l) 3 € von 27 € sind $\frac{3}{27} = \frac{1}{9} = \frac{100}{9}\% \approx 11{,}1\%$

(5) Welcher der beiden Anteile ist größer? Rechne in Prozent um und vergleiche dann.

a) 4 von 5 sind $\frac{4}{5} = 80\%$

45 von 60 sind $\frac{45}{60} = \frac{3}{4} = 75\%$

b) 9 von 12 sind $\frac{9}{12} = \frac{3}{4} = 75\%$

36 von 50 sind $\frac{36}{50} = \frac{72}{100} = 72\%$

c) 11 von 40 sind $\frac{11}{40} = \frac{5,5}{20} = \frac{5,5 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{27,5}{100} = 27,5\%$ oder $\frac{11}{40} = 0,275 = 27,5\%$

45 von 110 sind $\frac{45}{110} = \frac{9}{22} \approx 0,409 = 40,9\%$

d) 27 von 120 sind $\frac{27}{120} = \frac{9}{40} = \frac{4,5}{20} = \frac{4,5 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{22,5}{100} = 22,5\%$ oder $\frac{27}{120} = 0,225 = 22,5\%$

54 von 201 sind $\frac{54}{201} \approx 0,269 = 26,9\%$

(6) Schreibe als Bruch und kürze dann.

a) $70\% = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$ b) $80\% = \frac{80}{100} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

c) $125\% = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$ d) $12,5\% = \frac{12,5}{100} = \frac{25}{200} = \frac{1}{8}$ !!

e) $0,5\% = \frac{0,5}{100} = \frac{1}{200}$

(7) Schreibe als Dezimalzahl:

a) 6% = 0,06 b) 13,5% = 0,135 c) 1,25% = 0,0125

d) 0,5% = 0,005 f) 22,5% = 0,225

# 3. Grundaufgabe 1: Berechnung des Prozentsatzes

a) Klaus will sich ein Fahrrad kaufen. Der ausgeschilderte Preis beträgt 280 €.
Er erhält vom Händler 42 € Preisnachlass. Wie viel Prozent sind das?

**Lösung:** Man berechnet den Bruchteil, den der Preisnachlass bezogen auf den ausgeschilderten Preis ausmacht:

$$p = \frac{42}{280} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20} = \frac{15}{100} = 15\%$$

Der Bruch wird so umgeformt, dass „Hundertstel“ entstehen. Ich habe dazu durch 7 und dann durch 2 gekürzt, und am Ende habe ich mit 5 erweitert.

**Und statt Hundertstel schreibt man Prozent.**

Brüche kann man aber auch in Dezimalzahlen umrechnen. Etwa mit einem Taschenrechner:

$$p = \frac{42}{280} = 0{,}15 = 15\%.$$

Wenn man weiß, dass hinter dem Komma 1 Zehntel und 5 Hundertstel stehen oder anders gesagt 15 Hundertstel, dann weiß man, dass 0,15 genau 15 % sind.

Man kann dabei erkennen, dass man einfach **das Komma um 2 Stellen nach rechts verschieben muss und dann % dahinter schreibt.**

b) Wie viel Prozent sind 45 € von 60 €?

Wir berechnen den Bruch $p = \frac{45}{60} = \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} = 75\%$

Hier habe ich zuerst durch 15 gekürzt und dann mit 25 auf Hundertstel erweitert.

**Mit einem Taschenrechner** wird man aus dem Bruch eine Divisionsrechnung machen:
$15 : 60 = 0{,}75$ , und dann rückt man das Komma um 2 Stellen nach rechts und erhält 75%.

**Beim Berechnen des Prozentsatzes mit dieser Methode, die als Formel so aussieht** $\boxed{p = \frac{W}{G}}$,

**erhält man stets einen Bruch bzw. mit dem Taschenrechner in der Regel eine Dezimalzahl. Die Multiplikation mit 100% (d. h. Verschiebung des Kommas um 2 Stellen nach rechts) erzeugt dann eine Prozentzahl.**

c) Wie viel Prozent sind 36 € von 155 €? Ein Taschenrechner liefert:

$$\boxed{p = \frac{W}{G}} = \frac{36}{155} = 0{,}\underrightarrow{23}\,|\,2257... \approx 23{,}2\%$$

Die ersten beiden Dezimalen geben die Hundertstel an, also haben wir 23 Hundertstel, das sind 23 Prozent (und noch ein paar „Zerquetschte…“).
Die Multiplikation mit 100 verschiebt das Komma um 2 Stellen nach rechts an die Stelle des Trennstriches **|** . Dann muss man noch % dahinter schreiben.

Im Grunde rechnet man also: $p = \frac{36}{155} = \frac{36}{155} \cdot 100\%$

Dies kann man als Formel auch so aufschreiben: $\boxed{p = \frac{W}{G} \cdot \boxed{100\%}}$

## Die folgenden Musterbeispiele werden auf 2 Arten gelöst:

d) Wie viel Prozent sind 36 € von 800 €?

Mit der Formel $\boxed{p = \frac{W}{G}}$:

$$p = \frac{36}{800} = 0,\underline{04}\,|\,5 = 4,5\%$$

Hier erhält man einen Bruch, den man in eine Dezimalzahl umrechnet und dann das Komma um 2 Stellen <u>nach rechts</u> verschiebt: Aus 0,045 wird 4,5%.

bzw. mit $\boxed{p = \frac{W}{G} \cdot 100\%}$:

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{36}{8\cancel{00}} \cdot \cancel{100}\,\% = 4,5\%$$

Hier erhält man gleich die Prozentzahl.

e) Wie viel Prozent sind 95,20 € von 123,25 €?

$$p = \frac{95,2}{123,25} = 0,\underline{77}\,|\,24\ldots \approx 77,2\%$$

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{95,2}{123,25} \cdot 100\% \approx 77,2\%$$

f) Wie viel Prozent sind 54,32 von 48,5?

$$p = \frac{54,32}{48,5} = 1,12 = 112\%$$

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100\% = \frac{54,32}{48,5} \cdot 100\% = 112\%$$

Hier ist der Prozentwert höher als der „Grundwert“, was natürlich mehr als 100% ergibt!

## MERKE:

| | | |
|---|---|---|
| **1%** | **entsprechen** | $\frac{1}{100} = 0,01$ |
| **2%** | **entsprechen** | $\frac{2}{100} = \frac{1}{50} = 0,02$ |
| **5%** | **entsprechen** | $\frac{5}{100} = \frac{1}{20} = 0,05$ |
| **10%** | **entsprechen** | $\frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0,1$ |
| **12,5%** | **entsprechen** | $\frac{12,5}{100} = \frac{1}{8} = 0,125$ |
| **20%** | **entsprechen** | $\frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 0,2$ |
| **25%** | **entsprechen** | $\frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0,25$ |
| $33\frac{1}{3}\%$ | **entsprechen** | $\frac{1}{3}$ |
| **50%** | **entsprechen** | $\frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0,5$ |
| **75%** | **entsprechen** | $\frac{75}{100} = \frac{3}{4} = 0,75$ |
| **100%** | **entsprechen** | $\frac{100}{100} = 1$, **also das Ganze ungeteilt.** |

## Merke auch diese Begriffe:

**Die volle Menge, die 100% entspricht, heißt <u>Grundwert G.</u>**

**Der Wert, der dem <u>Prozentsatz p</u> entspricht, heißt <u>Prozentwert W.</u>**

**8 % von 75 € sind 6 €**

**8 % ist der Prozentsatz p**

**75 € ist der Grundwert G**

**6 € ist der Prozentwert W**

## Aufgabe 8

(Lösungen Seite 24)

**Berechne die Prozentsätze** zu diesen Daten im Kopf (als Bruch auf Hundertstel bringen):

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| a) | 24 € von 50 € | b) | 15 cm von 25 cm | c) | 5 € von 4 € |
| d) | 30 € von 150 € | e) | 125 m von 500 m | f) | 4 € von 40 € |
| g) | 39 kg von 75 kg | h) | 18 € von 36 € | i) | 35 L von 140 L |

## Aufgabe 9 **Berechne die Prozentsätze mit Taschenrechner**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| a) | 13 € von 19 € | b) | 2,3 m von 57 m | c) | 35 von 33 |

# 4. Grundaufgabe 2: Berechnung des Prozentwertes

## 1. Methode: Berechnung mit einfachen Prozentsätzen im Kopf.

### Beispiele:

| | | |
|---|---|---|
| 25% von 240 km sind | $\frac{1}{4}$ von 240 km , also | $\frac{1}{4} \cdot 240\text{ km} = 60\text{ km}$ . |
| 50% von 190 € sind | $\frac{1}{2}$ von 190 € , also | $\frac{1}{2} \cdot 190\text{ €} = 95\text{ €}$ . |
| 75% von 40 Personen sind | $\frac{3}{4}$ von 40 , also | $\frac{3}{4} \cdot 40 = 30$ Personen. |
| 20% von 35 € sind | $\frac{1}{5}$ von 35 € , also | $\frac{1}{5} \cdot 35\text{ €} = 7\text{ €}$ . |
| $33\frac{1}{3}\%$ von 120 t sind | $\frac{1}{3}$ von 120 t , also | $\frac{1}{3} \cdot 120\text{ t} = 40\text{ t}$ . |
| 12,5% von 1000 € sind | $\frac{1}{8}$ von 1000 € , also | $\frac{1}{8} \cdot 1000\text{ €} = 125\text{ €}$ |
| 40% von 250 sind | $\frac{2}{5}$ von 250 , also | $\frac{2}{5} \cdot 250 = 100$ |

Diese Übungen sollte man sicher und fix beherrschen. Dazu gehört, dass man die zu den Prozentzahlen gehörenden Brüche gelernt hat, und dass man diese einfachen Bruchrechnungen im Kopf machen kann.

## Aufgabe 10

(Lösungen Seite 24)

Ich beginne mit einem Muster:

| | |
|---|---|
| 10% von 380 = $\boxed{\frac{1}{10} \cdot 380 = 38}$ | 20% von 80 = |
| 50% von 660 = | 10% von 34 = |
| 25% von 64 = | 25% von 900 = |
| 75% von 80 = | 75% von 128 = |
| $33\frac{1}{3}\%$ von 75 = | $33\frac{1}{3}\%$ von 144 = |
| 40% von 50 = | 40% von 200 = |
| 5% von 20 = | 2% von 400 = |

## Beispiele zu Rechnungen die auf Dezimalzahlen führen:

a) 10% von 37 € = $\frac{1}{10} \cdot 37 = 3{,}7$

b) 10% von 5,24 € = $\frac{1}{10} \cdot 5{,}24\ € = 0{,}524\ € \approx 0{,}52\ €$ (Komma verschieben)

c) 25% von 30 = $\frac{1}{4} \cdot 30 = \frac{15}{2} = 7{,}5$

d) 25% von $37 = \frac{1}{4} \cdot 37 = 37 : 4 = 9{,}25$

e) 50% von 19 = $\frac{1}{2} \cdot 19 = 19 : 2 = 9{,}5$

f) 50% von 3,7 = $\frac{1}{2} \cdot 3{,}7 = 3{,}7 : 2 = 1{,}85$ (36 : 2 = 18 !)

g) 5% von 34 = $\frac{1}{20} \cdot 34 = \frac{34}{20} = \frac{17}{10} = 1{,}7$

h) Wie viel sind 10% $\boxed{\text{von}}$ 27,3 $m^2$ ? 10% $\boxed{\text{von}}$ $27{,}3\ m^2 = \boxed{\frac{1}{10} \cdot 27{,}3\ m^2} = 2{,}73\ m^2$

i) 1% $\boxed{\text{von}}$ $2{,}35\ t = \boxed{\frac{1}{100} \cdot 2{,}35\ t} = 0{,}0235\ t = 23{,}5\ kg$

j) 60% von $4{,}5\ km = \frac{6\cancel{0}}{10\cancel{0}} \cdot 4{,}5\ km = \frac{3 \cdot \cancel{4{,}5}^{0{,}9}}{\cancel{5}}\ km = 2{,}7\ km$

oder so: 60% von $4{,}5\ km = 0{,}6 \cdot 4{,}5\ km = 2{,}70\ km$

e) 75% von 3000 Personen $= \frac{3}{\cancel{4}} \cdot \cancel{3000}^{750}$ Personen = 2250 Personen

oder so: 75% von 3000 Personen $= \cancel{0},75 \cdot 30\boxed{00}$ P. $= 75 \cdot 30$ P. $= 2250$ P.

f) 119% von 35,4 € sind $\boxed{1{,}19 \cdot 35{,}4\ €} = 42{,}126\ € \approx 42{,}13\ €$

Bei Geldbeträgen wird man stets die 3. Dezimale durch Auf- oder Abrunden beseitigen!

## Aufgabe 11 (wie eben gezeigt) (Lösungen Seite 25)

| | |
|---|---|
| 10% von 73 = | 10% von 0,57 = |
| 10% von 73 = | 10% von 0,57 = |
| 10% von 143,20 = | 20% von 14 = |
| 20% von 42,5 = | 20% von 0,75 = |
| 25% von 2 = | 25% von 110 = |
| 25% von 2,5 = | 25% von 0,64 = |
| 40% von 4 = | 40% von 13 = |
| 50% von 3 = | 50% von 1,7 = |
| 50% von 0,04 = | 50% von 0,01 |
| 75% von 10 = | 75% von 113 = |
| $33\frac{1}{3}$% von 10 = | $33\frac{1}{3}$% von 2,46 = |

## 2. Methode: Berechnung des Prozentwertes <u>ohne Taschenrechner</u>

### Beispiele:

Da man nicht immer einen Taschenrechner parat hat, sollte man in der Lage sein, nicht zu umfangreiche Berechnungen auch schriftlich durchführen zu können:

12% von 50 sind $\frac{12}{\cancel{100}_2} \cdot \cancel{50}^1 = 6$

36% von 25 sind $\frac{36}{\cancel{100}_4} \cdot \cancel{25} = 9$

78% von 30 sind $\frac{78}{10\cancel{0}} \cdot 3\cancel{0} = \frac{234}{10} = 23{,}4$

> Hier hilft mehrfaches Kürzen: Zuerst durch 50, dann noch durch 2 !
>
> Ebenso hier: Zuerst durch 25 und dann durch 4 kürzen.
>
> Hier habe ich durch 10 gekürzt, dann mit 3 multipliziert und schließlich durch 10 dividiert.

Diesen Beispielen konnte man ansehen, dass man den Grundwert (50,25 oder 30) gegen die Hundertstel kürzen kann. Die folgenden Beispiele gestatten dies nicht mehr:

35% von 18 sind 6,30. Nebenrechnung:

$$\begin{array}{|c|}\hline 0{,}35 \cdot 18 \\ 280 \\ \hline 6{,}30 \\ \hline\end{array}$$

Nach der Multiplikation trennt man wie in 0,35 auch in 630 zwei Dezimalstellen ab.

3% von 74,50 € sind 2,235 €. Nebenrechnung: $\boxed{74{,}5 \cdot 0{,}03 = 2\,|\,\underline{235}}$

Nach der Multiplikation trennt man insgesamt 3 Dezimalstellen vom Ergebnis ab. Da es sich um € handelt, sollte man dann noch runden, in diesem Falle aufrunden: $\approx 2{,}24$ €

12,5% von 24 sind 3,000, also 3. Nebenrechnung:

$$\begin{array}{|c|}\hline 0{,}125 \cdot 24 \\ \hline 250 \\ 500 \\ \hline 3{,}000 \\ \hline\end{array}$$

Hier sind am Ende noch 3 Stellen abzustreichen!

## Aufgaben 12 (Nebenrechnungen auf einem Blatt !)

(Lösungen Seite 25)

| | |
|---|---|
| 24% von 5600 = | 13% von 300 = |
| 2,8% von 175 = | 4% von 80 = |
| 44% von 12,5 = | 1,5% von 250 000 = |
| 3,5% von 420 = | 82% von 50.000 = |
| 1,25% von 4 = | 13% von 51 = |

## 3. Methode: Berechnung des Prozentwertes mit Taschenrechner

Dies dürfte wohl am wenigsten Probleme bereiten, wenn man weiß, wie man den Prozentsatz in die geeignete Dezimalzahl umwandelt. Oftmals muss man am Ende noch runden, etwa wenn Tausendstel Euro entstehen.

### Beispiele:

97% von 267,3 € sind $0{,}97 \cdot 267{,}3\ € = 259{,}281\ € \approx 259{,}28\ €$

4,65% von 3120 € sind 145,08 €

16,4% von 39,5 sind 6,478

124% von 26 € sind $1{,}24 \cdot 26\ € = 32{,}24\ €$

```
0.97×267.3
                259.281
0.0465×3120
                 145.08
0.164×39.5
                  6.478
```

Wenn der Prozentsatz die Zahl 100 übersteigt, erhält man mehr als den Grundwert:

124% von ... $= \frac{124}{100} \cdot \ldots = 1{,}24 \cdot \ldots$ !

### Aufgaben 13 (Runde wenn nötig) (Lösungen Seite 25)

| | |
|---|---|
| 70% von 82 = | 13,5% von 512 = |
| 38% von 0,9 = | 51,2% von 317 = |
| 63,2% von 56 = | 43% von 731 € = |
| 55% von 55 = | 105% von 518 € = |
| 128% von 520 = | 0,45% von 810 = |
| 21% von 65 kg = | 423% von 810 kg = |
| 0,06% von 127 = | 0,29% von 35 kg = |
| 3,5% von 125,86 € = | 14,8% von 3183 € = |
| 129% von 48 € = | 91,5 % von 260 km = |

# 5. Grundaufgabe 3: Berechnung des Grundwerts

*Ich zeige drei verschiedene Methoden zur Berechnung. Bitte aussuchen!*

## 1. Methode: Berechnung des Grundwerts durch Hochrechnung auf 100%.

**a) 25% Rabatt sind 20 €. Was war der ursprüngliche Preis?**

Der Grundwert ist immer der Ausgangszustand, also 100%.

Durch Multiplikation mit 4 kommt man einerseits auf 100%, andererseits auf 80 €.

$$25\% \xrightarrow{\boxed{\cdot 4}} 100\%$$

$$W = 20\text{ €} \xrightarrow{\boxed{\cdot 4}} G = 80\text{ €}$$

Der Hintergrund ist die Proportionalität zwischen dem Prozentsatz und dem Prozentwert.

Multipliziert man den Prozentsatz mit einer Zahl, muss man den Prozentwert mit derselben Zahl multiplizieren!

**Ergebnis: G = 80 €.**

**b) 50% sind 23 €.** Um den Grundwert zu bestimmen muss man auf 100% kommen. Dies gelingt durch Verdoppelung:

$$50\% \xrightarrow{\boxed{\cdot 2}} 100\%$$

$$W = 23\text{ €} \xrightarrow{\boxed{\cdot 2}} G = 46\text{ €}$$

**Also ist G = 46 €.**

c) 25% sind 4,50 m. Der Grundwert beträgt 18 m, das Vierfache.

d) 10% sind 37,50 €. Der Grundwert ist dann das 10-fache: 375 €.

e) 12,5% sind 5 €. 100% sind dann das 8-fache: $G = 8 \cdot 5\text{ €} = 40\text{ €}$.

f) $33\frac{1}{3}\%$ sind 2,50 kg. 100% sind das Dreifache: G = 7,50 kg.

g) 20% sind 41 kg. 100% sind dann das Fünffache, also ist $G = 5 \cdot 41\,\text{kg} = 205\text{ kg}$.

**Diese Methode liefert schnell den Grundwert, weil die hier gegebenen <u>Prozentsätze Teiler von 100</u> sind.**

## 2. Methode: Berechnung des Grundwerts mittels Dreisatz

a) 12% sind 150 €. → 1% sind $\frac{150}{12}$ € → 100% sind $\frac{150}{12} € \cdot 100 = \frac{15000}{12} € = 1250$ €

Oder kürzer so: 100% sind $\frac{150}{0,12} € = 1250$ € (Taschenrechner)

b) 45% sind 15,75 €, → 1% sind $\frac{15,75}{45}$ € → 100% sind $\frac{15,75}{45} € \cdot 100 = \frac{1575}{45} € = 35$ €

Oder so: 100% sind $\frac{15,75}{0,45} € = 35$ €

c) 119% sind 33,32 € → 1% sind $\frac{33,32}{119}$ € → 100% sind $\frac{33,32}{119} € \cdot 100 = \frac{3332}{119} € = 28$ €

Oder so: 100% sind $\frac{33,32}{1,19} € = 28$ €

## 3. Methode: Berechnung des Grundwerts als Divisionsaufgabe.

**In der Aufgabe „Wie viel sind 12% von 1250 €?" haben wir in der Kurzlösung den <u>Prozentwert</u> durch eine Multiplikation mit dem Prozentsatz gefunden:**

**12% von 1250 € sind** $W = p \cdot G = \boxed{0,12 \cdot 1250\ € = 150\ €}$.

Diesen Prozess sollte man grafisch darstellen:

$$\text{Grundwert } 1250\ € \xrightarrow{\cdot 0,12} \text{Prozentwert } 150\ €$$

Nun stelle ich die Aufgabe um und frage:

**12% sind 150 €. Wie groß war der Grundwert?**

$$\text{Grundwert } 1250\ € \xleftarrow{:0,12} \text{Prozentwert } 150\ €$$

Zur Lösung kehrt man einfach die Aufgabe um und dividiert durch den Prozentsatz!

Allgemein haben wir somit diese Prozesse zu berechnen:

$$\text{Grundwert} \xrightarrow{\cdot p} \text{Prozentwert}$$

$$\text{Prozentwert} \xrightarrow{:p} \text{Grundwert}$$

**Als Formeln:** $\boxed{W = G \cdot p}$ **und** $\boxed{G = \frac{W}{p}}$ **(p als Dezimalzahl ohne %)**

**Musterbeispiele:**

a) 12% sind 150 €. Also ist $G = \frac{W}{p} = \frac{150\text{ €}}{0{,}12} = 1250\text{ €}$

b) 45% sind 15,75 €, es folgt $G = \frac{15{,}75\text{ €}}{0{,}45} = 35\text{ €}$

c) 94% sind 141 €, daher ist $G = \frac{141}{0{,}94}\text{€} = 150\text{ €}$

d) 119% sind 33,32 €, daher ist $G = \frac{33{,}32}{1{,}19}\text{€} = 28\text{ €}$

**Aufgabe 14:** **Berechne den Grundwert** (Lösung Seite 26)

a) 18% sind 45 km b) 23% sind 44,16 € c) 45% sind 57,60 €

d) 5,6% sind 168 € e) 19% sind 15,58 € f) 70% sind 16,1 kg.

**Aufgabe 15:** **Berechne den Grundwert** (Lösung Seite 26)

a) p = 4,5%, W = 50 b) p = 12%, W = 6,72 c) p = 53%, W = 1,06

d) p = 20,8%, W = 12,48 e) p = 90%, W = 18,9 f) p = 0,26% W = 17

# 6 Verkettete Prozentaufgaben

## a) 18 % einer Menge sind 75 kg, wie viel sind 36 %?

Es geht hier um zwei „Zustände“, die zum gleichen Grundwert gehören, den wir aber nicht kennen. Zum einen weiß man, dass 18% genau 75 kg sind. Zum anderen geht es um 36% und den zugehörenden unbekannten Prozentwert.

Für diese einfache Aufgabe verwenden wir am besten diese

## 1. Lösungsmethode (Zweisatz)

Diese bietet sich an, weil hier 36% gerade das Doppelte von 18% sind.
Dann ist der zugehörige Prozentwert das Doppelte von 75 kg, also 150 kg.

$\boxed{\cdot 2}$

| **18%** | **36%** |
|---|---|
| **75 kg** | $\boxed{2}\cdot 75\text{ kg} = 150\text{ kg}$ |

$\boxed{\cdot 2}$

## b) 18 % einer Menge sind 75 kg, wie viel sind 57 %?

Da hier die Prozentsätze keine günstigen Vielfachen voneinander sind, muss man andere Methoden verwenden.

## 2. Lösungsmethode (Dreisatz)

18 % einer Menge sind 75 kg

1 % sind dann der 18. Teil, also $\frac{75}{18}\text{kg}$.

57% sind dann das 57-fache davon, also $\frac{75}{18}\cdot 57\text{ kg} = 237{,}50\text{ kg}$

## 3. Lösungsmethode (Berechnung des Grundwerts als „Brücke“)

18 % einer Menge sind 75 kg

Der zugehörige Grundwerft ist dann $G = \frac{W}{p} = \frac{75}{0{,}18}\text{ kg} \approx 416{,}67\text{ kg}$

Davon 57% sind dann: $W = p \cdot G \approx 0{,}57 \cdot 416{,}67 \approx 237{,}50\text{ kg}$

Hier habe ich zweimal $\approx$ statt = verwendet, denn ich habe zuerst mit dem gerundeten Wert 416,67 gerechnet und dann am Ende noch einmal gerundet.

Genauer wird das Ergebnis, wenn man für G den exakten Bruch

verwendet: $W = p \cdot G \approx 0{,}57 \cdot \frac{75}{0{,}18} = 237{,}50\text{ kg}$

Bei dieser Methode wird aus dem ersten Paar (18% und 75 kg) zuerst der Grundwert berechnet, und daraus dann der Prozentwert zu 57%.
Der Grundwert stellt sozusagen eine Brücke vom einen Paar zum anderen dar.

In der Schule wird noch eine ganz andere Methode gezeigt, die im Alltag wenig Verwendung findet, weil sie etwas abstrakt erscheint und Wissen voraussetzt:

## 4. Lösungsmethode (Rechnen mit verhältnisgleichen Paaren)

Wir kennen jetzt schon das Ergebnis, daher kann ich ganz einfach zeigen, worin diese Methode besteht.

Es geht um die beiden Paare $(18\% \mid 75\text{ kg})$ und $(57\% \mid 237{,}50\text{ kg})$, wobei 237,50 kg gesucht ist. **Beide Paare gehören zum selben Grundwert.**

Das erkennt man, wenn man aus beiden Paaren unabhängig voneinander diesen Grundwert berechnet:

Aus $(18\% \mid 75\text{ kg})$ folgt: $G = \frac{W}{p} = \frac{75}{0{,}18}\text{kg} \approx 416{,}67\text{ kg}$

Aus $(57\% \mid 237{,}50\text{ kg})$ folgt: $G = \frac{W}{p} = \frac{237{,}50}{0{,}57}\text{kg} \approx 416{,}67\text{ kg}$

Das Entscheidende daran ist die Tatsache, dass die aus beiden Paaren gebildeten Brüche (man sagt auch Verhältnisse) gleich sind. Man sagt:

**Die Paare $(18\% \mid 75\text{ kg})$ und $(57\% \mid 237{,}50\text{ kg})$ sind verhältnisgleich.**

Mit diesem Wissen kann man die **Lösungsmethode** so zeigen:

Gegeben ist das Paar $(18\% \mid 75\text{ kg})$, und gesucht ist der Prozentwert W zum Paar $(57\% \mid W)$.

Da beide verhältnisgleich sind gilt: $\frac{75}{0{,}18} = \frac{W}{0{,}57}$.

Günstiger ist es sogar, wenn man aufschreibt: $\frac{75}{18} = \frac{W}{57}$

Diese Gleichung löst man, indem man sie beidseitig mit 57 multipliziert:

$W = \frac{75 \cdot 57}{18} = 237{,}50$ (Taschenrechner)

## c) 34% eines Betrages sind 86,36 €. Wie viel sind 39%?

**Lösung mit dem Dreisatz:**

34% sind 86,36 € 1% sind $\frac{86{,}36}{34}$€ 39% sind dann $\frac{86{,}36}{34} \cdot 39\text{ €} \approx 99{,}06\text{ €}$

**Lösung über den Grundwert:**

Zuerst berechnet man den Grundwert: $G = \frac{W}{p} = \frac{86{,}36}{0{,}34}$.

Den rechnet man noch nicht gleich aus, sondern berechnet weiter den gesuchten Prozentwert, der zu 39% gehört: $W = p \cdot G = 0{,}39 \cdot \frac{86{,}36}{0{,}34} = 99{,}06$

Bevor man dies mit einem Taschenrechner bearbeitet, wird man günstigerweise mit 100 erweitern, so dass die Rechnung lautet: $W = \frac{39 \cdot 86{,}36}{34}$:

```
39×86.36÷34
                99.06
```

**Lösung über verhältnisgleiche Paare:**

Die Paare $(34\% \mid 86{,}36)$ und $(39\% \mid W)$ sind verhältnisgleich. Also gilt:

$$\frac{86{,}36}{34} = \frac{W}{39} \quad | \cdot 39 \quad \Rightarrow \quad W = \frac{86{,}36 \cdot 39}{34} \approx 99{,}06$$

## d) 48% eines Betrages sind 145 €. Wie viel Prozent sind 88 €?

**Lösung mit dem Dreisatz:**

145 € sind 48%

1 € sind $\frac{48}{145}\%$

88 € sind $\frac{48 \cdot 88}{145}\% \approx 29{,}13\%$

**Lösung über den Grundwert:**

Zuerst berechnet man den Grundwert: $G = \frac{W}{p} = \frac{145}{0{,}48}$.

Der **Prozentsatz** zu 88 € ist daher $p = \frac{W}{G} = \frac{88}{\frac{145}{0{,}48}} = \frac{88 \cdot 0{,}48}{145} \approx 0{,}29 \mid 13 = 29{,}13\ \%$

**Lösung über verhältnisgleiche Paare:**

Die Paare $(48\% \mid 145\ €)$ und $(p \mid 88\ €)$ sind verhältnisgleich, also gilt:

$$\frac{48\%}{145\ €} = \frac{p}{88\ €} \quad | \cdot 88 \quad \Rightarrow \quad p = \frac{48\% \cdot 88\ \cancel{€}}{145\ \cancel{€}} \approx 29{,}13\ \%$$

Es wird empfohlen, die Einheiten, also % und € in die Brüche zu schreiben.
So wird klar, dass hier das Ergebnis bereits der Prozentsatz ist, während man bei der Lösung über den Grundwert eine Dezimalzahl erhält, die man erst durch Kommaverschiebung zur Prozentzahl machen muss.

## Aufgabe 16: Löse auf eine der gezeigten Arten.

(Lösung Seite 26/27)

a) 72% sind 38 €, wie viel sind 50%?

b) 33% sind 64 €, wie viel sind 60%?

c) 12% sind 4 km, wie viel sind 21%?

d) 75% sind 1230, wie viel sind 120%?

e) 19% sind 65 €, wie viel % sind 50 €?

f) 25% sind 38 m, wie viel % sind 200 m?

g) 28% sind 37 L, wie viel % sind 10 L?

## Aufgabe 17: Prüfe nach, ob folgende Aussagen zusammenpassen.

a) 12% sind 54 € und 18% sind 81 €.

b) 34% sind 73,44 m und 45% sind 96,2 m.

c) 55% sind 39,60 kg und 65% sind 48.2 kg.

(Lösung Seite 28)

# 7 Rechnen mit Prozentformeln

## (1) Die Grundformel für Prozentsatzberechnung lautet

$$\boxed{p = \frac{W}{G}} \quad \text{(1a)}$$

**Anwendungsbeispiel:**

Gegeben: $W = 30,\ G = 150$ Folgerung: $p = \frac{30}{150} = \frac{1}{5} = 0{,}2$

Zur Umrechnung in Prozent muss man in „Hundertstel“ umformen.

Dazu multipliziere ich mit 100%: $p = 0{,}2 \cdot 100\% = 20\%$

Dabei rückt das Komma um 2 Stellen nach rechts: $0{,}20 \xrightarrow{\cdot 100} 20$

Man kann die Umrechnung auch gleich in die Formel einfügen, dann lautet sie so:

$$\boxed{p = \frac{W}{G} \cdot 100\%} \quad \text{(1b)}$$

**Anwendungsbeispiel:**

Gegeben: $W = 30,\ G = 150$ Folgerung: $p = \frac{30}{\underbrace{\cancel{150}_3}_{=10}} \cdot \cancel{100}^2\% = 20\%$

wobei ich zuerst durch 50 gekürzt habe.

Die Formel (1a) liefert den Prozentsatz als Bruch oder Dezimalzahl, die man dann erst noch in Prozent umformen muss, z. B. durch Multiplikation mit 100.
Die Formel (1b) liefert gleich den Prozentsatz in der Angabe mit %.

## (2) Die Formel für den Prozentwert lautet:

$$\boxed{W = p \cdot G} \quad \text{(2a)}$$

**Anwendungsbeispiel:**

Gegeben: $G = 150,\ p = 20\%$ Folgerung: 20% vom 150 sind $W = 0{,}20 \cdot 150 = 30$

Hinweis: In dieser Formel wird der Prozentsatz p als Dezimalzahl oder Bruch eingegeben.

Es ist $20\% = \frac{20}{100} = 0{,}20$ oder = 0,2.

Die Rechnung $W = 0{,}2 \cdot 150 = 2 \cdot 15 = 30$ funktioniert durch Dezimalausgleich:
Ich verwende den Faktor 10 in 150 um aus $0{,}2$ die Zahl 2 zu machen.

Die Formel (2a) entsteht aus (1a) durch Umstellen: Man multipliziert auf beiden Seiten mit G.

Verwendet man die Formel (1b), dann erhält man durch Umstellung:

$$\boxed{W = \frac{p}{100\%} \cdot G} \quad \text{(2b)}$$

**Anwendungsbeispiel:**

Gegeben: $G = 150,\ p = 20\%$ Folgerung: $W = \frac{20\%}{100\%} \cdot 150 = \frac{2}{\cancel{10}} \cdot 15\cancel{0} = 30$

Jeder kann sich seine Methode aussuchen.

## (3) Die Formel für den Grundwert lautet:

$$\boxed{G = \frac{W}{p}} \qquad (3a)$$

**Anwendungsbeispiel:**

Gegeben: W = 150, p = 12 % (12% sind 150, wieviel sind 100%?)

Folgerung: $G = \frac{150}{0{,}12} = \frac{15000}{12} = 1250$

Hier muss p als Dezimalzahl eingesetzt werden, also 12% = 0,12.

Man kann für p auch 12% einsetzen, dann aber muss man diese abgewandelte Formel verwenden;

$$\boxed{G = \frac{W \cdot 100\%}{p}} \qquad (3b)$$

**Anwendungsbeispiel:**

Gegeben: W = 150, p = 12 % (12% sind 150, wieviel sind 100%?)

Folgerung: $G = \frac{150 \cdot 100\%}{12\%} = \frac{15000}{12} = 1250$

Dabei wurde % herausgekürzt.

Die Formel (3b) wird kaum verwendet.

**Empfehlung**: Wer mit Formeln arbeiten möchte, sollte diese Formeln verwenden:

$\boxed{p = \frac{W}{G}}$, $\boxed{W = p \cdot G}$ und $\boxed{G = \frac{W}{p}}$

und sollte dabei stets im Kopf haben, dass man für p eine Dezimalzahl verwendet, also das Prozentzeichen weglässt.

# 8 Promille

**Zur Erinnerung:** Bei der <u>Prozentrechnung</u> rechnet man die Anteile auf <u>Hundertstel</u> um:

4 Teile von 5 ergeben den Bruchteil $\frac{4}{5}$.

Durch Erweiterung erreicht man $\frac{4\cdot 20}{5\cdot 20} = \frac{80}{100} = 80\%$

Oder man dividiert: $4:5 = 0{,}80$

und verschiebt das Komma um 2 Stellen nach rechts, dann erhält man den Prozentsatz: $0{,}80 = \frac{80}{100} = 80\%$

**Bei sehr kleinen Teilverhältnissen ist die Prozentangabe eher ungünstig:**

Wie viel Prozent sind 20 mg Kalium in einer Medikamentenkapsel der Masse 5 g?

$$p = \frac{20\text{ mg}}{5\text{ g}} = \frac{20\text{ mg}}{5000\text{ mg}} = \frac{2}{500} = \frac{4}{1000} = 0{,}00\,|\,4 = 0{,}4\%$$

Um solche kleinen Prozentangaben etwas anschaulicher zu machen, hat man **Promille** eingeführt.

Dabei bezieht man sich auf **Tausendstel.** $p = \frac{4}{1000} = 4‰$ liest man „4 Promill(e)“.

**Beispiele**

a) Bei einer Polizeikontrolle wird einem Autofahrer eine Blutprobe entnommen.
Sie ergab 1,8 ‰ Alkoholgehalt. Wie groß ist die Alkoholmenge.

**Lösung**

$$1{,}8‰ \ \boxed{\text{von}}\ 6\text{ L sind } \boxed{\frac{1{,}8}{1000}\cdot 6\text{ L}} = \boxed{\frac{1{,}8}{\cancel{1000}}\cdot 6\cancel{000}\text{ cm}^3} = 10{,}8\text{ cm}^3$$

*Zur Erinnerung: 1 Liter = 1 dm³ = 1000 cm³*

b) Welche Menge wurde untersucht, wenn man festgestellt hat, dass 3 mg des Wirkstoffes Celimbin in einem Medikament enthalten sind, was 2,5 ‰ entspricht?

**Lösung**

Hier sind der Promillesatz und der Promillewert gegeben, gesucht ist der Grundwert.

Aus $p = \frac{W}{G}$ erhält man durch Umstellen

$$G = \frac{W}{p} = \frac{3\text{ mg}}{\frac{2{,}5}{1000}} = \frac{3\cdot 1000}{2{,}5}\text{mg} = \frac{12.000}{10}\text{mg} = 1200\text{ mg} = 1{,}2\text{ g}$$

Hier musste man durch einen Bruch teilen, also mit seinem Kehrwert malnehmen,
dann wurde mit 4 erweitert, was den Nenner 10 ergeben hat.


## Aufgabe 18: (Lösung Seite 29)

a) Wie viele Promille sind 12 mg bezogen auf 30 g?

b) Berechne 2,5 ‰ von 50 ml.

c) 12 ‰ sind 4,5 mg, wie viel Promille sind 16 mg?

d) 2,5 ‰ sind 8,2 cm³, wie viel Promille sind 118,08 cm³?

# Lösungen der Aufgaben

## Lösung Aufgabe 8

a) 24 € von 50 € sind $p = \frac{24}{50} = \frac{48}{100} = 48\%$

b) 15 cm von 25 cm sind $p = \frac{15}{25} = \frac{15 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{60}{100} = 60\%$

c) 5 € von 4 € sind $p = \frac{5}{4} = \frac{5 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{125}{100} = 125\%$

d) 30 € von 150 € sind $p = \frac{30}{150} = \frac{10}{50} = \frac{20}{100} = 20\%$

e) 125 m von 500 m sind $p = \frac{125 : 5}{500 : 5} = \frac{25}{100} = 25\%$

f) 4 € von 40 € sind $p = \frac{4}{40} = \frac{1}{10} = \frac{10}{100} = 10\%$

g) 39 kg von 75 kg sind $p = \frac{39 : 3}{75 : 3} = \frac{13 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{52}{100} = 52\%$

h) 18 € von 36 € sind $p = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} = 50\%$

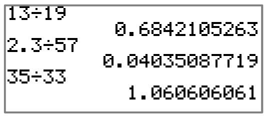
i) 35 L von 140 L sind $p = \frac{35 : 35}{140 : 35} = \frac{1}{4} = 25\%$

## Lösung Aufgabe 9

a) 13 € von 19 € sind 68,4%

b) 2,3 m von 57 m sind 4,0%

c) 35 von 33 sind 106,1%




## Lösung Aufgabe 10

| | |
|---|---|
| 10% von 380 = $\boxed{\frac{1}{10} \cdot 380 = 38}$ | 20% von 80 = $\frac{1}{5} \cdot 80 = 80 : 5 = 16$ |
| 50% von 660 = $\frac{1}{2} \cdot 660 = 330$ | 10% von 34 = $\frac{1}{10} \cdot 34 = 34 : 10 = 3{,}4$ |
| 25% von 64 = $\frac{1}{4} \cdot 64 = 64 : 4 = 16$ | 25% von 900 = $\frac{1}{4} \cdot 900 = 225$ |
| 75% von 80 = $\frac{3}{4} \cdot 80 = 3 \cdot 20 = 60$ | 75% von 128 = $\frac{3}{4} \cdot 128 = 3 \cdot 32 = 96$ |
| $33\frac{1}{3}\%$ von 75 = $\frac{1}{3} \cdot 75 = 75 : 3 = 25$ | $33\frac{1}{3}\%$ von 144 = $\frac{1}{3} \cdot 144 = 144 : 3 = 48$ |
| 40% von 50 = $\frac{2}{5} \cdot 50 = 2 \cdot 10 = 20$ | 40% von 200 = $\frac{2}{5} \cdot 200 = 2 \cdot 40 = 80$ |
| 5% von 20 = $\frac{1}{20} \cdot 20 = 1$ | 2% von 400 = $\frac{1}{50} \cdot 400 = 8$ |

## Lösung Aufgabe 11

| | |
|---|---|
| 10% von 73 = $\frac{1}{10}\cdot 73 = 7{,}3$ | 10% von 0,57 = $\frac{1}{10}\cdot 0{,}57 = 0{,}057$ |
| 10% von 143,20= $\frac{1}{10}\cdot 143{,}20 = 14{,}32$ | 20% von 14 = $\frac{1}{5}\cdot 14 = 14:5 = 2{,}8$ |
| 20% von 42,5 = $\frac{1}{5}\cdot 42{,}5 = 8{,}5$ | 20% von 0,75 = $\frac{1}{5}\cdot 0{,}75 = 0{,}15$ |
| 25% von 2 = $\frac{1}{4}\cdot 2 = \frac{1}{2} = 0{,}5$ | 25% von 110 = $\frac{1}{4}\cdot 110 = 110:4 = 27{,}5$ |
| 25% von 2,5 = $\frac{1}{4}\cdot 2{,}5 = 2{,}5:4 = 0{,}625$ | 25% von 0,64 = $\frac{1}{4}\cdot 0{,}64 = 0{,}16$ |
| 40% von 4 = $\frac{2}{5}\cdot 4 = \frac{8}{5} = \frac{16}{10} = 1{,}6$ | 40% von 13 = $\frac{2}{5}\cdot 13 = \frac{26}{5} = \frac{52}{10} = 5{,}2$ |
| 50% von 3 = $\frac{1}{2}\cdot 3 = \frac{3}{2} = 1{,}5$ | 50% von 1,7 = $\frac{1}{2}\cdot 1{,}7 = 1{,}7:2 = 0{,}85$ |
| 50% von 0,04 = $\frac{1}{2}\cdot 0{,}04 = 0{,}02$ | 50% von 0,01 = $\frac{1}{2}\cdot 0{,}01 = 0{,}01:2 = 0{,}005$ |
| 75% von 10 = $\frac{3}{4}\cdot 10 = 3\cdot 2{,}5 = 7{,}5$ | 75% von 113 = <br> $\frac{3}{4}\cdot 113 = 3\cdot\frac{113}{4} = 3\cdot 28{,}25 = 84{,}75$ |
| $33\frac{1}{3}$% von 10 = $\frac{1}{3}\cdot 10 = \frac{10}{3} \approx 3{,}33$ | $33\frac{1}{3}$% von 2,46 = <br> $\frac{1}{3}\cdot 2{,}46 = 2{,}46:3 = 0{,}82$ |

## Lösung Aufgabe 12

| | |
|---|---|
| 24% von 5600 = $0{,}24\cdot 5600 = 1344$ | 13% von 300 = $0{,}\underrightarrow{13}\cdot 3\,|\,\underleftarrow{00} = 13\cdot 3 = 39$ |
| 2,8% von 175 = $0{,}028\cdot 175 = 4{,}9$ | 4% von 80 = $0{,}\underrightarrow{0}4\cdot 8\,|\,\underleftarrow{0} = 0{,}4\cdot 8 = 3{,}2$ |
| 44% von 12,5 = $0{,}44\cdot 12{,}5 = 5{,}5$ | 1,5% von 250 000 = <br> $0{,}\underrightarrow{015}\cdot 250\,|\,\underleftarrow{000} = 15\cdot 250 = 3750$ |
| 3,5% von 420 = <br> $0{,}035\cdot 420 = 0{,}35\cdot 42 = 14{,}7$ | 82% von 50.000 = <br> $0{,}\underrightarrow{82}\cdot 500\,|\,\underleftarrow{00} = 82\cdot 500 = 41\cdot 1000 = 41000$ |
| 1,25% von 4 = $0{,}0125\cdot 4 = 0{,}05$ | 13% von 51 = $0{,}13\cdot 51 = 6{,}63$ |

Einige Nebenrechnungen dazu:

$$\begin{array}{l} 0{,}24\cdot 5600 = 24\cdot 56 = \underline{56\cdot 24} \\ \hfill 112 \\ \hfill \underline{224} \\ \hfill 1344 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \underline{0{,}028\cdot 175} & = 4\,|\,\underleftarrow{900} \\ \quad 28 & \\ \quad 196 & \\ \quad \underline{\;\;140} & \\ \;\; 4{,}900 & \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 0{,}\underrightarrow{015}\cdot 250\,|\,\underleftarrow{000} = \underline{15\cdot 250} = 3750 \\ \hfill 30 \\ \hfill 75 \\ \hfill \underline{0} \\ \hfill 3750 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 0{,}44\cdot 12{,}5 = \underline{12{,}5\cdot 0{,}44} = 5\,|\,\underleftarrow{500} = 5{,}5 \\ \quad 500 \\ \quad \underline{\;\;500} \\ \quad 5{,}500 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \underline{0{,}13\cdot 51} & = 6{,}63 \\ \;65 & \\ \underline{\;\;13} & \\ 6{,}63 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 0{,}035\cdot 420 = \underline{0{,}35\cdot 42} & = 14{,}7 \\ \hfill 140 & \\ \hfill \underline{70} & \\ \hfill 14{,}70 & \end{array}$$

## Lösung Aufgabe 13

| | |
|---|---|
| 70% von 82 = $0{,}7\cdot 82 = 57{,}4$ | 13,5% von 512 = $0{,}135\cdot 512 = 69{,}12$ |
| 38% von 0,9 = $0{,}38\cdot 0{,}9 = 0{,}342$ | 51,2% von 317 = $0{,}512\cdot 317 = 162{,}304$ |
| 63,2% von 56 = $0{,}632\cdot 56 = 35{,}392$ | 43% von 731 € = $0{,}43\cdot 731 = 314{,}33$ |
| 55% von 55 = $0{,}55\cdot 55 = 30{,}25$ | 105% von 518 € = $1{,}05\cdot 518 = 543{,}9$ |
| 128% von 520 = $1{,}28\cdot 520 = 665{,}6$ | 0,45% von 810 = $0{,}0045\cdot 810 = 3{,}645$ |
| 21% von 65 kg = $0{,}21\cdot 65\text{ kg} = 13{,}65$ | 423% von 810 kg = $4{,}23\cdot 810\text{ kg} = 3426{,}3\text{ kg}$ |
| 0,06% von 127 = $0{,}0006\cdot 127 = 0{,}0762$ | 0,29% von 35 kg = $0{,}0029\cdot 35\text{ kg} = 0{,}1015\text{ kg}$ |
| 3,5% von 125,86 € = $0{,}035\cdot 125{,}86\text{ €} \approx 4{,}41\text{ €}$ | 14,8% von 3183 € = $0{,}148\cdot 3183\text{ €} \approx 471{,}08\text{ €}$ |
| 129% von 48 € = $1{,}29\cdot 48\text{ €} = 61{,}92\text{ €}$ | 91,5 % von 260 km = $0{,}915\cdot 260\text{ km} = 237{,}9\text{ km}$ |

## Lösung Aufgabe 14

a) 18% sind 45 km $\quad G = \frac{W}{p} = \frac{45}{0,18}\text{km} = 250\text{ km}$

b) 23% sind 44,16 € $\quad G = \frac{W}{p} = \frac{44,16}{0,23}€ = 192\text{ €}$

c) 45% sind 57,60 € $\quad G = \frac{W}{p} = \frac{57,60}{0,45}€ = 128\text{ €}$

d) 5,6% sind 168 € $\quad G = \frac{W}{p} = \frac{168}{0,056}€ = 3000\text{ €}$

e) 19% sind 15,58 € $\quad G = \frac{W}{p} = \frac{15,58}{0,19}€ = 82\text{ €}$

f) 70% sind 16,1 kg. $\quad G = \frac{W}{p} = \frac{16,1}{0,7}\text{kg} = 23\text{ kg}$

## Lösung Aufgabe 15

a) p = 4,5%, W = 50 $\quad G = \frac{W}{p} = \frac{50}{0,045} = \frac{50.000}{45} = \frac{10.000}{9} \approx 1111,1$

b) p = 12%, W = 6,72 $\quad G = \frac{W}{p} = \frac{6,72}{0,12} = \frac{672}{12} = 56$

c) p = 53%, W = 1,06 $\quad G = \frac{W}{p} = \frac{1,06}{0,53} = \frac{106}{53} = 2$

d) p = 20,8%, W = 12,48 $\quad G = \frac{W}{p} = \frac{12,48}{0,208} = 60$

e) p = 90%, W = 18,9 $\quad G = \frac{W}{p} = \frac{18,9}{0,9} = \frac{189}{9} = 21$

f) p = 0,26% W = 17 $\quad G = \frac{W}{p} = \frac{17}{0,0026} \approx 6538,46$

## Lösung Aufgabe 16

Lösungen mit quotientengleichen Größen und Dreisatz

a) 72% sind 38 €, wie viel sind 50%?

$(50\%\,|\,W)$ und $(72\%\,|\,38\text{ €})$

sind quotientengleich:

$$\frac{W}{50\%} = \frac{38\text{ €}}{72\%} \Rightarrow W = \frac{38\text{ €}\cdot 50\%}{72\%} \approx 26,39\text{ €}$$

72% sind 38 €

1 % sind $\frac{38}{72}$€

$$50\%\text{ sind } \frac{38\cdot 50}{72}€ \approx 26,39\text{ €}$$

b) 33% sind 64 €, wie viel sind 60 %?

$(60\%\,|\,W)$ und $(33\%\,|\,64\text{ €})$

sind quotientengleich:

$$\frac{W}{60\%} = \frac{64\text{ €}}{33\%} \Rightarrow W = \frac{64\text{ €}\cdot 60\%}{33\%} \approx 116,36\text{ €}$$

33% sind 64 €

1 % sind $\frac{64}{33}$€

$$60\%\text{ sind } \frac{64\cdot 60}{33}€ \approx 116,36\text{ €}$$

c) 12% sind 4 km, wie viel sind 21 %?

$\left(21\% \mid W\right)$ und $\left(12\% \mid 4\text{ km}\right)$

sind quotientengleich:

$$\frac{W}{21\%}=\frac{4\text{ km}}{12\%}\Rightarrow W=\frac{4\text{ km}\cdot 21\%}{12\%}=7\text{ km}$$

12% sind 4 km

1 % sind $\frac{4}{12}$km

21% sind $\frac{4\cdot 21}{12}\text{km}=7\text{km}$

d) 75% sind 1230, wie viel sind 120%?

$\left(120\% \mid W\right)$ und $\left(75\% \mid 1230\right)$

sind quotientengleich:

$$\frac{W}{120\%}=\frac{1230}{75\%}\Rightarrow W=\frac{1230\cdot 120\%}{75\%}=1968$$

75% sind 1230

1 % sind $\frac{1230}{75}$

120% sind $\frac{1230\cdot 120}{75}=1968$

e) 19% sind 65 €, wie Prozent sind 50 €?

$\left(19\% \mid 65€\right)$ und $\left(p \mid 50\text{ €}\right)$

sind quotientengleich:

$$\frac{p}{50\text{ €}}=\frac{19\%}{65\text{ €}}\quad\Rightarrow\quad p=\frac{50\text{ €}\cdot 19\%}{65\text{ €}}\approx 14{,}6\%$$

65 € sind 19%

1 € sind $\frac{19}{65}\%$

50 € sind $50\cdot\frac{19}{65}\%\approx 14{,}6\%$

f) 25% sind 38 m, wie viel Prozent sind 200 m?

$\left(25\% \mid 38\text{ m}\right)$ und $\left(p \mid 200\text{ m}\right)$

sind quotientengleich:

$$\frac{p}{200\text{ m}}=\frac{25\%}{38\text{ m}}\quad\Rightarrow\quad p=\frac{200\text{ m}\cdot 25\%}{38\text{ m}}\approx 131{,}58\ \%$$

38 m sind 25%

1 m sind $\frac{25}{38}\%$

200 m sind $200\cdot\frac{25}{38}\%\approx 131{,}58\ \%$

g) 28% sind 37 L, wie viel Prozent sind 10 L?

$\left(28\% \mid 37\text{L}\right)$ und $\left(p \mid 10\text{ L}\right)$

sind quotientengleich:

$$\frac{p}{10\text{ L}}=\frac{28\%}{37\text{ L}}\quad\Rightarrow\quad p=10\text{ L}\cdot\frac{28\%}{37\text{ L}}\approx 7{,}6\%$$

37 L sind 28%

1 L sind $\frac{28}{37}\%$

10L sind $10\text{ L}\cdot\frac{28}{37}\%\approx 7{,}6\%$

## Hinweis:

Eine weitere Lösungsmöglichkeit wäre bei all diesen Aufgaben, zuerst den Grundwert zu berechnen. Ein Beispiel zu g) sei gezeigt:

Gegeben: 28% sind 37 L.

Daraus folgt $G=\frac{37}{0{,}28}=132{,}14\text{ L}$, Also sind 10 L $p=\frac{10}{132{,}14}\approx 0{,}07 \mid 56\approx 7{,}6\%$

## Lösung Aufgabe 17

Prüfe nach, ob folgende Aussagen zusammenpassen:

a) 12% sind 54 € und 18% sind 81 €.

Sind $(12\% \mid 54\ €)$ und $(18\% \mid 81\ €)$ quotientengleich?

$$\frac{54\ €}{12\%} = 4{,}5\frac{€}{\%}$$

$$\frac{81\ €}{18\%} = 4{,}5\frac{€}{\%}$$

Die Paare sind quotientengleich,
passen also zusammen.

12% sind 54 €

1 % sind $\frac{54}{12}\ € = 4{,}5\ €$

18% sind 81 €

1 % sind $\frac{81}{18}\ € = 4{,}5\ €$

Das passt zusammen.

Oder man berechnet zu beiden Paaren den Grundwert:

$G_1 = \frac{54\ €}{0{,}12} = 450\ €$, $G_2 = \frac{81\ €}{0{,}18} = 450\ €$. Also passen sie zusammen!

b) 34% sind 73,44 m und 45% sind 96,2 m.

Sind $(34\% \mid 73{,}44\ m)$ und $(45\% \mid 96{,}2\ m)$ quotientengleich?

$$\frac{73{,}44\ m}{34\%} = 2{,}16\frac{m}{\%}$$

$$\frac{96{,}2\ m}{45\%} \approx 2{,}14\frac{m}{\%}$$

Die Paare sind nicht quotientengleich,
passen also nicht zusammen.

34% sind 73,44 m

1 % sind $\frac{73{,}44}{34}\ m = 2{,}16\ m$

45% sind 96,2 m

1 % sind $\frac{96{,}2}{45}\ m \approx 2{,}14\ m$

Das passt nicht zusammen!

Oder man berechnet zu beiden Paaren den Grundwert:

$G_1 = \frac{73{,}44\ m}{0{,}34} = 216\ m$, $G_2 = \frac{96{,}2\ m}{0{,}45} = 214\ m$. Sie passen also nicht zusammen.

c) 55% sind 39,60 kg und 65% sind 48.2 kg.

Sind $(55\% \mid 39{,}60\ kg)$ und $(65\% \mid 48{,}2\ kg)$ quotientengleich?

$$\frac{39{,}60\ kg}{55\%} = 0{,}72\frac{kg}{\%} \qquad (G = 72\ kg)$$

$$\frac{48{,}2\ kg}{65\%} \approx 0{,}74\frac{kg}{\%} \qquad (G = 74\ kg)$$

Die Paare sind nicht quotientengleich,
passen also nicht zusammen.

55% sind €

1 % sind $\frac{39{,}6}{55}\ kg = 0{,}72\ kg$

65% sind 48,2 kg

1 % sind $\frac{48{,}2}{65}\ kg \approx 0{,}74\ kg$

Das passt nicht zusammen!

Oder man berechnet bei beiden Paaren den Grundwert:

$G_1 = \frac{39{,}6\ kg}{0{,}55} = 72\ kg$, $G_2 = \frac{48{,}2\ kg}{0{,}65} \approx 74\ kg$. Sie passen also nicht zusammen.

## Lösung Aufgabe 18:

a) Wie viele Promille sind 12 mg bezogen auf 30 g?

**Lösung mit der Formel**

$$p=\frac{W}{G}=\frac{12\text{ mg}}{30.000\text{ mg}}=\frac{12}{30}‰=\frac{4}{10}‰=0{,}4‰$$

b) Berechne 2,5 ‰ von 50 ml.

**Lösung mit der Formel**

$$W=G\cdot p=50\text{ ml}\cdot\frac{2{,}5}{1000}=\frac{125}{1000}\text{ml}=0{,}125\text{ ml}$$

c) 12 ‰ sind 4,5 mg, wie viel Promille sind 16 mg?

**1. Lösung (mit quotientengleichen Paaren)**

Die Paare $(12‰\,|\,4{,}5\text{ mg})$ und $(p\,|\,16\text{ mg})$ sind quotientengleich.

Also gilt $\frac{p}{16\text{ mg}}=\frac{12‰}{4{,}5\text{ mg}}\quad\Rightarrow\quad p=\frac{12‰\cdot 16\cdot\cancel{\text{mg}}}{4{,}5\,\cancel{\text{mg}}}\approx 42{,}7‰=4{,}27\%$

**2. Lösung (als Dreisatz)**

| | | |
|---|---|---|
| 4,5 mg | entsprechen | 12 ‰ |
| 1 mg | entspricht | $\frac{12}{4{,}5}$ ‰ |
| 16 mg | entsprechen | $\frac{12}{4{,}5}‰\cdot 16\approx 42{,}7‰=4{,}27\%$ |

d) 2,5 ‰ sind 8,2 $cm^3$, wie viel Promille sind 118,08 $cm^3$?

**1. Lösung (mit quotientengleichen Paaren)**

Die Paare $(2{,}5\,‰\,|\,8{,}2\text{ cm}^3)$ und $(p\,|\,118{,}08\text{ cm}^3)$ sind quotientengleich.

Also gilt $\frac{p}{118{,}08\text{ cm}^3}=\frac{2{,}5‰}{8{,}2\text{ cm}^3}\quad\Rightarrow\quad p=\frac{2{,}5‰\cdot 118{,}08\ \cancel{\text{cm}^3}}{8{,}2\ \cancel{\text{cm}^3}}\approx 36‰=3{,}6\%$

**2. Lösung (als Dreisatz)**

| | | |
|---|---|---|
| 8,2 $cm^3$ | entsprechen | 2,5 ‰ |
| 1 $cm^3$ | entspricht | $\frac{2{,}5}{8{,}2}$ ‰ |
| 118,08 $cm^3$ | entsprechen | $\frac{2{,}5}{8{,}2}‰\cdot 118{,}08\approx 36‰=3{,}6\ \%$ |